LÓGICA PROPOSICIONAL

1. INTRODUCCIÓN

El lenguaje es un medio de comunicación humano. El estudiarlo desde el punto de vista filosófico tiene su justificación en el hecho de que uno de los temas principales de la filosofía es el llegar a entender cómo conocemos, hasta dónde podemos conocer, hasta qué punto nuestro conocimiento es verdadero o no lo es, etc... Y como todo conocimiento se expresa mediante el lenguaje, la filosofía debe ocuparse de él.

El lenguaje puede ser estudiado desde tres puntos de vista.

a) **Sintáctico**: Estudia el modo en que se relacionan las palabras entre sí. Su principal interés reside en la **forma:**

- "*La vida son necesarios y el sol para el agua"/"El sol y el agua son necesarios para la vida*"

b) **Semántico**: Estudia el significado de las palabras y oraciones. Su principal interés reside en el **contenido:**

- "*Pienso, luego existo" / "La fe es una gracia divina"*

c) **Pragmático**: Estudia el modo en que un grupo humano o un individuo determinado utilizan el lenguaje. Su principal interés es el **contexto y la intención** de los hablantes al decir algo:

- *"El vino de Ocaña !Buenísimo¡" / "Él vino de Ocaña buenísimo"*

Dicho todo lo anterior, **la lógica se centra en el aspecto sintáctico o formal**, dejando de lado el contenido. No se ocupa de que el discurso tenga sentido, sino sólo si está bien construido.

La lógica es una disciplina filosófica muy antigua, casi tanto como la propia filosofía (s.VI-V a.C.). Fue **Parménides de Elea** quien formuló por primera vez uno de los principios fundamentales de la lógica: El **Principio de no contradicción** $\neg(A \land \neg A)$. Aunque el principio no estaba aún formalizado, lo enunció así: *"Sólo lo que es, es, y lo que no es, no es, y no puede ser pensado"*

Pero fue **Aristóteles** (s. IV a.C.) quien por primera vez sistematiza la lógica a través de lo que él llamó *"silogística"*. El silogismo es un razonamiento que consta de tres proposiciones, dos de las cuales son **premisas** (Mayor y

Menor) y una, la última, es la **conclusión**:

Todos los hombres son mortales	(la mayor)
Sócrates es hombre	(la menor)
Sócrates es mortal	(Conclusión)

A finales del siglo XIX y primeros del XX, dado el auge y la complejidad que fueron adquiriendo las ciencias: física y matemáticas, surgió la necesidad de lo que hoy llamamos ***Lógica matemática***, con el fin de comprobar a través de lo que se llama cálculo proposicional o cuantificacional la corrección o incorrección formal de los enunciados científicos, especialmente los matemáticos y los físicos. Hoy en día la lógica se emplea en lo que hemos dicho, pero tiene su principal aplicación en el campo de la informática.

1. DEFINICIÓN

A) ¿QUÉ ES LA LÓGICA?:

La ciencia que **estudia las leyes del razonamiento correcto** (o formalmente válido). El razonamiento correcto es el resultado de partir de ciertos datos que conocemos previamente: **premisas**, de las que se van derivando o siguiendo (deduciendo) **conclusiones**. Si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también lo será.

Los enunciados: premisas y conclusión, pueden ser verdaderos o falsos. En cambio, los **razonamientos no son ni verdaderos ni falsos, sino correctos o incorrectos.**

1- *Todos los hombres son mortales*
2- *Sócrates es hombre*
⊣ ***Sócrates es mortal***

1- *Todos los hombres son mortales*
2- *Pedro es hombre*
⊣ ***Pedro es inteligente***

*A*unque Pedro sea en realidad un completo idiota, el argumento es correcto, porque partimos de ciertas premisas que damos por válidas (en lógica nos interesa la forma de los razonamientos, no el contenido)

b) ¿QUÉ ES LA LÓGICA PROPOSICIONAL?

Es la lógica que se ocupa de las **proposiciones** y de averiguar si un enunciado (oración) es **formalmente válido** o no lo es. Como ya hemos señalado, estudia también las relaciones que existen entre diversos enunciados: premisas y conclusiones.

c) ¿QUÉ ES UNA PROPOSICIÓN?

Es una oración enunciativa, la cual afirma o niega algo:

- *"Sócrates es filósofo" / "Sócrates pasea* **y** *Platón habla sin parar*"

Pero no todas las oraciones son proposiciones, por ej.:

- *"¡Ojalá termine pronto el curso!*
- *"¡Vete a hacer gárgaras!"*

son respectivamente oraciones desiderativa e imperativa. En gramática podemos analizar los enunciados estableciendo sujeto y predicado. En cambio, en lógica se analizan como un todo, distinguiendo el número de sujetos al que afecta la predicación. Lo veremos más claro en los **tipos de proposición**. Las **proposiciones atómicas** son las que no pueden descomponerse en partes que a su vez sean proposiciones, generalmente tienen un sólo sujeto. Por ejemplo: *Sócrates es mortal* es atómica porque no puede descomponerse en partes que a su vez sean proposiciones, ya que decir *Sócrates* o *mortal* ni afirman ni niegan nada, simplemente nombran a un sujeto o a un predicado.

Las **proposiciones moleculares** son aquellas que sí se pueden descomponer en partes. Éstas se clasifican según el número de sujetos, y se caracterizan por ir conectadas por lo que llamamos **conectivas** del tipo: ***y, ó, o bien... o bien, si..., entonces, si y solo si, también, tampoco...***

*Sócrates es mortal **y** Platón era su discípulo*.
*Sócrates **o** Platón crearon la Academia*.
***Si** Sócrates fue maestro de Platón**, (entonces**) Platón recibió la influencia socrática.*
***Solo si** Sócrates fue maestro de Platón, Platón recibió la influencia socrática.*

3. SÍMBOLOS DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL

El lenguaje de la lógica se expresa **simbólicamente** a través de diferentes recursos

SÍMBOLOS DE LA LÓGICA PROPOSICIONAL	
VARIABLES	**p, q, r, s, t…**
CONECTORES	¬ ∧ ∨ → ↔
SIMBOLOS AUXILIARES	**( ) [ ] { }**
REGLAS DE INFERENCIA	**MP, MT, TD, Abs., Cas.…**

EQUIVALENCIAS DE LOS CONECTORES LÓGICOS		
NEGADOR	¬	No
CONJUNTOR	∧	Y, también, además…
DISYUNTOR	∨	O, o bien…o bien
IMPLICADOR	→	Si..., entonces, luego, por consiguiente
COIMPLICADOR	↔	Si, y sólo si

a) Las **variables** son **letras minúsculas** enunciativas que **simbolizan proposiciones**. Pongamos por caso, la proposición *"Sócrates es mortal*" se simbolizaría con una sola letra, por ejemplo, la **"p**"*.* igual ocurriría con la proposición atómica *"La Tierra es redonda"* = *"***p***"*.

b) Los **conectores** son los **símbolos** que se usan para **enlazar diferentes proposiciones entre sí**. Ej.:

Sócrates **no** es ciclista = ¬**p**
Fernando **e** Isabel fueron reyes = **p** ∧ **q**
El asesino puede ser Juan **o** Pedro = **p** ∨ **q**
Si llueve**, (entonces)** se moja el suelo **= p →q**
Sólo si llueve, se moja el suelo **= p** ↔ **q**

c) Los **signos auxiliares** se utilizan para distinguir y separar proposiciones moleculares que se relacionan entre sí (del mismo modo que en matemáticas). Ej.:

***Si** salgo esta noche, **no** puedo estudiar, **y si no** puedo estudiar, **no** aprobaré. **Por lo tanto**, voy a estudiar*
p ¬ q ¬ q ¬ r q

Formalizado en su totalidad sería: **[(p →¬ q) ∧ (¬q → ¬r)] → q**

d) FORMALIZACIÓN: Consiste en **traducir** las oraciones enunciativas del lenguaje ordinario (natural) **al lenguaje formal** (lógico) mediante la utilización de variables, conectores y demás signos lógicos.

Primero analizamos si se trata de un enunciado atómico o molecular. Tras de lo cual seguimos analizando cómo se conectan entre sí simbolizándolo con la conectiva correcta, y empleando, si es necesario, signos auxiliares.

Ejercicios de formalización:

1. La lógica es la ciencia del razonamiento correcto.
2. El diamante es una piedra preciosa
3. El diamante y el carbón tienen como principal componente el carbono.
4. En Extremadura, como su propio nombre indica, el tiempo es muy bueno o muy malo.
5. No es cierto que los cerezos florezcan en invierno.
6. Si se cae la viga maestra, se cae toda la casa.
7. Si no se cae la viga maestra, no se cae toda la casa.
8. Si llueve y se abona bien la tierra, las plantas crecen más frondosas.
9. Si los partidos liberales ganan las elecciones, pueden ocurrir dos cosas: o bien mejora la economía, o bien empeoran las condiciones de trabajo de los obreros. Si mejora la economía, aumentará el consumo, pero también disminuirá el ahorro y aumentará la inflación.

4. TABLAS DE VERDAD

NEGADOR		CONJUNTOR			DISYUNTOR			IMPLICADOR			COIMPLICADOR		
p	**¬p**	**p**	**Λ**	**q**	**p**	**V**	**q**	**p**	**→**	**q**	**p**	**↔**	**q**
1	**0**	1	**1**	1	1	**1**	1	1	**1**	**1**	1	**1**	1
0	**1**	1	**0**	0	1	**1**	0	1	**0**	**0**	1	**0**	0
		0	**0**	1	0	**1**	1	0	**1**	**1**	0	**0**	1
		0	**0**	0	0	**0**	0	0	**1**	**0**	0	**1**	0

Son un instrumento para averiguar si un enunciado, o un conjunto de enunciados, es o son verdaderos o falsos.

A continuación, estudiaremos los **valores de verdad y falsedad de los principales conectores** lógicos:

VALORES DE LOS CONECTORES		
¬	**¬p = 1 si p=0**	**p** es verdadera sólo cuando **¬p** es falsa, y viceversa
Λ	**sólo = 1 si 1 - 1**	Es **verdadero** sólo si **p y q** son verdaderas al mismo tiempo
V	**sólo = 0 si 0 - 0**	Es **falso** si y sólo si **p y q** son falsas al mismo tiempo
→	**sólo = 0 si 1 - 0**	Sólo es **falso** cuando el antecedente (**p**) es verdadero y el consecuente falso (**q**)
↔	**sólo = 1 si 1 - 1 ó 0 - 0**	Sólo es **verdadero** cuando **p** y **q** son verdaderas al mismo tiempo, o cuando son falsas al mismo tiempo

b) CONSTRUCCIÓN DE LAS TABLAS DE VERDAD: el número de variables (p, q, r,…) nos dará el número de líneas de la tabla. La fórmula es: **2^n**, en donde **n= nº de variables distintas**, y **2** representa los dos posibles valores que puede tener una proposición: **verdadero o falso.**

"**n**" representa el número de variables distintas

$$2^n$$

"**2**" representa los valores de una proposición: V=1; F=0

- Si en un argumento hay 2 variables distintas, aplicaremos 2^2 = 4 filas.
- Si en un argumento hay 3 variables distintas, aplicaremos 2^3 = 8 filas.
- Si en un argumento hay 4 variables distintas, aplicaremos 2^4 = 16 filas.
- Si en un argumento hay 5 variables distintas, aplicaremos 2^5 = 32 filas.…

El orden en que pondremos en las columnas los valores será el siguiente:

- **En caso de que haya dos variables: p,q**

A la primera **p** variable le asignaremos en su columna correlativamente 1,1 y 0,0
A la segunda **q** le asignaremos en su columna de forma alterna 1,0, 1,0

- **En caso de que haya tres variables: p,q,r**

A la primera **p** variable le asignaremos en su columna correlativamente 1,1,1,1 y 0,0,0,0
A la segunda **q** le asignaremos:1, 1, 0,0,1,1, 0,0
A la tercera **r**: 1,0,1,0,1,0,1,0

- **En caso de que haya cuatro variables: p, q, r, s**

A la primera variable **p** le asignaremos en su columna correlativamente 1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,
A la segunda **q** le asignaremos en su columna de forma alterna 1,1,1,1,0,0,0,0, 1,1,1,1, 0,0,0,0
A la tercera **r**: 1,1,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0
Ala cuarta **s**: 1,0,1,0,1,0,1,0, 1,0,1,0,1,0,1,0

En caso de que alguna variable esté negada, comenzaremos asignando en la columna que le corresponda un orden inverso: colocaremos primero con los valores negativos: 0 con la alternancia que corresponda según el número de variables y su lugar en el argumento. Ejemplo:

	p ∧q			p ∨ q →r					p ∧ q→ ¬r ∨ s						
	p	**∧**	**q**	**p**	**∨**	**q**	**→**	**r**	**p**	**∧**	**q**	**→**	**¬r**	**∨**	**s**
1	**1**		**1**	**1**		**1**		**1**	**1**		**1**		**0**		**1**
2	**1**		**0**	**1**		**1**		**0**	**1**		**1**		**0**		**0**
3	**0**		**1**	**1**		**0**		**0**	**1**		**1**		**0**		**1**
4	**0**		**0**	**1**		**0**		**1**	**1**		**1**		**0**		**0**
5				**0**		**1**		**0**	**1**		**1**		**1**		**1**
6				**0**		**1**		**1**	**1**		**1**		**1**		**0**
7				**0**		**0**		**0**			**1**		**1**		**1**
8				**0**		**0**		**1**			**1**		**1**		**0**
9											**0**		**0**		**1**
10											**0**		**0**		**0**
11											**0**		**0**		**1**
12											**0**		**0**		**0**
13											**0**		**1**		**1**
14											**0**		**1**		**0**
15											**0**		**1**		**1**
16											**0**		**1**		**1**

Ej.: El argumento: **p ∧¬ q** Y el argumento: **(p∧q) → r**

p	∧	¬q		(p	∧	q)	→	r
1	**0**	0		1	**1**	1	**1**	1
1	**1**	1		1	**1**	1	**0**	0
0	**0**	0		1	**0**	0	**1**	1
0	**0**	1		1	**0**	0	**1**	0
				0	**0**	1	**1**	1
				0	**0**	1	**1**	0
				0	**0**	0	**1**	1
				0	**0**	0	**1**	0

Lo primero que debemos tener en cuenta, después de calcular el número de líneas escribiendo los correspondientes valores de verdad (1) y falsedad (0) en la columna correspondiente de cada variable, será **establecer cuál es el conector principal**, que **se analizará en último lugar**. Distinguiremos el número de enunciados con ese fin, el conector que los enlace a todos será el principal.

A continuación, analizaremos las relaciones que se establecen entre las variables en orden creciente, es decir: iremos **dando valores a los conectores menos importantes** y **terminaremos con el principal**. Será éste quien determine el valor de verdad o falsedad de toda la tabla:

	1º		2º		4ºprin		3º	
([p	∧	q)	→	¬r)]	∧	(r	→	s)
1	**1**	1	**0**	0	**0**	1	**1**	1
1	**1**	1	**0**	0	**0**	1	**0**	0
1	**1**	1	**1**	1	**1**	0	**1**	1
1	**1**	1	**1**	1	**0**	0	**1**	0
1	**0**	0	**1**	0	**1**	1	**1**	1
1	**0**	0	**1**	0	**1**	1	**0**	0
1	**0**	0	**1**	1	**1**	0	**1**	1
1	**0**	0	**1**	1	**0**	0	**0**	0
0	**0**	1	**1**	0	**1**	1	**1**	1
0	**0**	1	**1**	0	**1**	1	**1**	0
0	**0**	1	**1**	1	**1**	0	**1**	1
0	**0**	1	**1**	1	**0**	0	**0**	0
0	**0**	0	**1**	0	**1**	0	**1**	1
0	**0**	0	**1**	0	**1**	0	**1**	0
0	**0**	0	**1**	1	**1**	1	**1**	1
0	**0**	0	**1**	1	**0**	1	**0**	0

A partir del análisis del conector principal de un argumento podemos saber el grado de verdad o falsedad de dicho argumento.

- Si todos los valores son verdaderos, decimos que se trata de una **TAUTOLOGÍA**: una ley de lógica, siempre verdadera.
- Si, por el contrario, todos los valores son falsos, decimos que se trata de una **CONTRADICCIÓN**.
- Por último, si se alternan valores de verdad y falsedad, decimos que se trata de un argumento **CONTINGENTE** o **INDETERMINADO.**

Ejercicios sobre tablas de verdad:

1. $(p \land q) \rightarrow \neg (\neg p \lor \neg q)$
2. $(p \lor q) \rightarrow r$
3. $\neg (p \lor q) \rightarrow \neg p \rightarrow q$
4. $[(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
5. $p \rightarrow (q \lor s)$
6. $\neg [(p \rightarrow q) \land p] \rightarrow q$
7. $p \lor q \rightarrow p \rightarrow q$
8. $[(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)] \rightarrow \neg (p \rightarrow r)$
9. $p \land q \rightarrow p \lor q$

Ejercicios de formalización:

1. Si no me presento al examen de lógica, me suspenderán. Si me presento, tendré que copiar o fingir que me pongo enfermo. Pero soy incapaz de hacer alguna de esas dos cosas. Luego, me suspenderán.

2. Si te quiere, te enviará flores y te invitará a salir. Sin embargo, ni te envía flores ni te invita a salir.

Sintiéndolo mucho: no te quiere.

3. A Sicilia se puede ir o bien por aire o bien por mar. Si elegimos el avión, aterrizaremos en el

aeropuerto de Sicilia. Si hacemos el viaje en barco, arribaremos al puerto siciliano. Tanto por barco,

como por avión hemos llegado a Sicilia, así pues, queda demostrado que ambos medios de transporte son adecuados.

5. REGLAS BÁSICAS DE INFERENCIA

Las **reglas básicas del cálculo** de juntores nos sirven para **comprobar la validez** o no de los razonamientos, al igual que las tablas de verdad. Pero cuando un razonamiento consta de muchas premisas o de muchas variables diferentes, el procedimiento de las **tablas de verdad se hace muy laborioso**, y, por tanto, utilizaremos las reglas del cálculo para deducir su validez o invalidez.

Una **regla de inferencia** es una norma que **establece un modo válido de realizar un cálculo** pasando de unas proposiciones a otras según ciertas reglas. Explica, en definitiva, cómo debemos proceder. Una de las reglas elementales es por ejemplo el llamado **Modus Ponens (MP):**	$p \rightarrow q$ $\underline{p}$ q
Un **esquema de inferencia** es la expresión formal de una regla de inferencia. Toda regla puede esquematizarse en un esquema o forma de razonamiento. Siguiendo el ejemplo del MP:	$[(p \rightarrow q) \land p] \rightarrow q$

Las reglas de inferencia nos servirán para **deducir conclusiones** (son el resultado final de la deducción) partiendo de ciertas **premisas** (son las hipótesis de las que partimos), éstas se distinguen de las otras proposiciones dentro del cálculo porque las **precede un guion**:	- 1 p - 2 $p \rightarrow q$ - 3 $q \rightarrow r$ 4 q MP 1,2 5 r MP 4,3 6 $q \land r$ IC. 4,5
Colocamos a la **derecha las reglas que estamos aplicando**, especificando los números de línea. Ejemplo: en el MP de la línea **4**, aclaramos que hemos hallado el antecedente **p** en la línea **1** y lo hemos aplicado sobre la línea **2** en la que hemos encontrado la implicación de la **q** es el consecuente.	

5. PRINCIPALES REGLAS DE INFERENCIA

A) INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN DEL NEGADOR:

IN O ABSURDO (ABS):

INTRODUCCIÓN DEL NEGADOR
(REDUCCIÓN AL ABSURDO)

IN (Abs)

$$\left[\begin{array}{l} A \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B \wedge \neg B \end{array}\right.$$
$$\overline{\neg A}$$

Regla: si de una premisa “A” se llega a una contradicción, cancelaremos la premisa y concluiremos que “A” es falsa, y por lo tanto, la negaremos.

Esta regla **se emplea** cuando no existe otro modo de llegar a la conclusión. Para aplicarla suponemos lo contrario de lo que nos piden en la conclusión (si nos piden "A", supondremos **"¬**A", si nos piden **"¬**A", supondremos "A") y aplicando otras reglas de inferencia deberemos llegar a la afirmación y la negación en conjunción de una **proposición distinta de la que partimos** (en este caso "B **y** noB")

ELIMINACIÓN E INTRODUCCIÓN DE LA DOBLE NEGACIÓN (EN):

ELIMINACIÓN O
INTRODUCCIÓN DEL DOBLE
NEGADOR

EDN:

$$\frac{\neg\neg A}{A}$$
ó
$$\frac{A}{\neg\neg A}$$

Regla: de una premisa “A” podemos concluir su doble negación y viceversa. La **emplearemos** cuando necesitemos eliminar una doble negación. Es equivalente a la introducción de la doble negación (IDN) y la doble negación (IDN) la emplearemos cuando necesitemos formar una doble negación

B) INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN DEL CONJUNTOR:

B.1) INTRODUCCIÓN DEL CONJUNTOR (IC)

INTRODUCCIÓN DEL
CONJUNTOR

IC:

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \wedge B}$$

Regla: de dos proposiciones “A” o “B” tomadas como premisa, puede concluirse la conjunción de ambas.

La **emplearemos** para obtener una conjunción, pero sólo podremos hacerlo si las dos proposiciones están separadas y solas en alguna línea de las premisas o la deducción.

B.2) ELIMINACIÓN DEL CONJUNTOR (EC):

Regla: de una conjunción puede concluirse cualquiera de las dos proposiciones

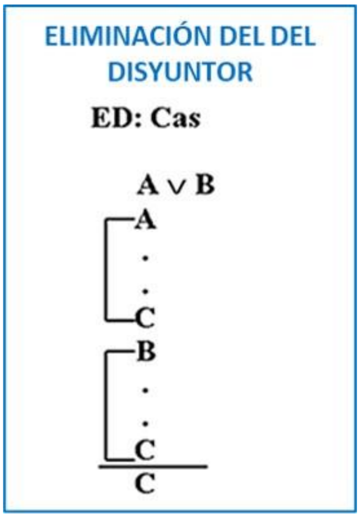
La emplearemos para separar alguno de los miembros de la conjunción siempre que queramos.

C) INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN DEL DISYUNTOR

C.1) INTRODUCCIÓN DEL DISYUNTOR (ID).

Regla: dada cualquier proposición puede concluirse la disyunción con cualquier otra proposición. Es **una regla muy útil** cuando necesitamos formar una disyunción en la conclusión o en cualquiera de las líneas de la deducción para obtener de ella una fórmula que nos permita aplicar alguna otra regla.

C.2) ED. Ó PRUEBA POR CASOS (CAS.)



Regla: de una disyunción A ⋁ B, demostrando que tanto el primer miembro como el segundo llegan a la misma conclusión "C" por separado, puede concluirse "C"

Se usa cuando o bien en las premisas o en alguna línea de la deducción debemos **resolver una disyunción**, para lo cual debemos **suponer cada uno de los miembros de la disyunción y demostrar que ambos llegan a la misma conclusión**. Si alguno de los miembros de la disyunción estuviera negado en alguna parte de la deducción, no sería necesario realizar la prueba por casos. Usaríamos entonces el SD

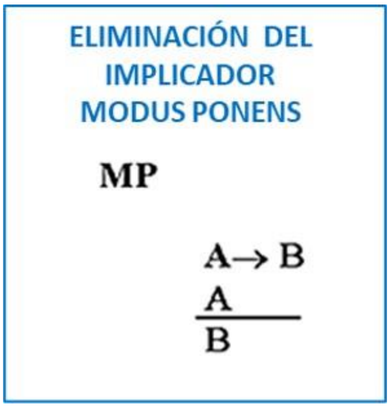
D) INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN DEL IMPLICADOR

D.1.) II Ó TEOREMA DE LA DEDUCCIÓN: TD:

Regla: dada una premisa "A" si se llega a una proposición "B", puede concluirse que A →B.

Esta regla **se emplea** cuando se nos pide que **lleguemos a una implicación en la conclusión**, para ello: suponemos el antecedente, y aplicando reglas de inferencia llegaremos al consecuente. Una vez aquí, cancelaremos el supuesto y concluiremos la implicación.

D.2) El MODUS PONENDO PONENS (MP)

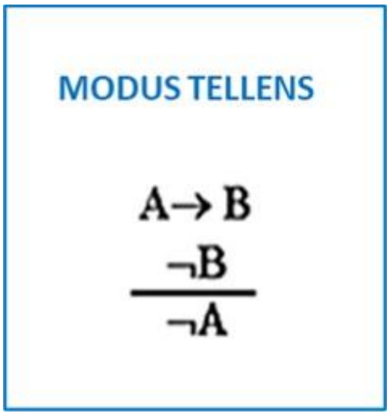


Regla: de una fórmula condicional y de la **afirmación** de su antecedente, puede concluirse la afirmación del consecuente.

Esta regla **se emplea** cuando necesitamos separar el consecuente (B). Sólo podremos hacerlo si encontramos suelto el antecedente (A).

E) OTRAS REGLAS DERIVADAS:

MODUS TOLLENDO TOLLENS: (MT)



Regla: De una fórmula condicional y la **negación de su consecuente ¬ B**, puede concluirse la **negación del antecedente<u>¬ A</u>. Sólo podremos aplicarla si encontramos suelto el consecuente negado<u>¬ B</u>**

SILOGISMO DISYUNTIVO: (SD) (o modus tollendo ponens)

SILOGISMO DISYUNTIVO O MODUS TOLLENTO PONENS

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg A \end{array}}{B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg B \end{array}}{A}$$

$$\frac{\begin{array}{c} {}^{*}A \vee B \\ A \end{array}}{\neg B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ B \end{array}}{\neg A}$$

Regla: de una disyunción y la negación de alguno de sus miembros, puede concluirse la afirmación del otro miembro.

DE MORGAN DE LA CONJUNCIÓN Y DE LA DISYUNCIÓN: (DM)

DE MORGAN DE LA CONJUNCIÓN Y DE LA DISYUNCIÓN: DM

$$\frac{\neg(A \wedge B)}{\neg A \vee \neg B} \qquad \frac{\neg(A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$$

Regla: la negación de una conjunción, o la negación de una disyunción, equivale a la negación en disyunción de cada uno de sus miembros**¬ A ⋁¬B**, o la negación en conjunción de cada uno de sus miembros respectivamente. **¬A ⋀¬B**

DEFINICIÓN DEL IMPLICADOR: (def.→)

DEFINICIÓN DEL IMPLICADOR (Def.→)

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg(A \wedge \neg B)} \qquad \frac{A \rightarrow B}{\neg A \vee B}$$

DEFINICIÓN DEL CONJUNTOR Y DEFINICIÓN DEL DISYUNTOR (def. ∧ y def. ∨):

DEFINICIÓN DEL CONJUNTOR Y DEL DISYUNTOR (Def.⋀ V)

$$\frac{A \wedge B}{\neg(\neg A \vee \neg B)} \qquad \frac{A \vee B}{\neg(\neg A \wedge \neg B)}$$

REGLAS BÁSICAS DE INFERENCIA

INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN NEGADOR

IN (Abs)

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \wedge \neg B \end{array}\right. \\ \hline \neg A \end{array}$$

EDN:

$$\frac{\neg\neg A}{A} \quad \text{ó} \quad \frac{A}{\neg\neg A}$$

INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN CONJUNTOR

IC:

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline A \wedge B \end{array}$$

EC

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN DEL DISYUNTOR

ID:

$$\frac{A}{A \vee B}$$

ED: Cas

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ C \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} B \\ \vdots \\ C \end{array}\right. \\ \hline C \end{array}$$

INTRODUCCIÓN Y ELIMINACIÓN IMPLICADOR

TD

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} A \\ \vdots \\ B \end{array}\right. \\ \hline A \rightarrow B \end{array}$$

MP

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ A \\ \hline B \end{array}$$

REGLAS DERIVADAS

MODUS TOLLENS: MT

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

SILOGISMO DISYUNTIVO: SD
Ó MODUS TOLLENDO PONENENS

$$\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg A \\ \hline B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \vee B \\ \neg B \\ \hline A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} {}^{*}A \vee B \\ A \\ \hline \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \vee B \\ B \\ \hline \neg A \end{array}$$

MODUS PONENDO TOLLENS

DE MORGAN de la $\wedge\vee$:DM

$$\frac{\neg (A \wedge B)}{\neg A \vee \neg B} \qquad \frac{\neg (A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$$

DEFINICIÓN DEL IMPLICADOR (Def $\rightarrow$)

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg(A \wedge \neg B)} \qquad \frac{A \rightarrow B}{\neg A \vee B}$$

DEFINIDOR DE LA $\wedge\vee$: Def $\wedge\vee$

$$\frac{A \wedge B}{\neg(\neg A \vee \neg B)} \qquad \frac{A \vee B}{\neg(\neg A \wedge \neg B)}$$

Ejercicios de deducción

1) -1 $s \wedge t$
-2 $s \rightarrow q$
-3 $q \rightarrow r$
$\vdash \mathbf{r \wedge t}$

2) -1 $q \wedge \neg r$
-2 $q \rightarrow p$
$\vdash \mathbf{\neg (p \wedge r)}$

3) -1 $p \rightarrow \neg r$
-2 $q \rightarrow p$
-3 q
$\vdash \mathbf{q \wedge \neg r}$

4) -1 $\neg p \rightarrow \neg q$
-2 $r \rightarrow \neg p$
-3 $\neg q \rightarrow s$
-r
$\vdash \mathbf{s}$

5) -1 p
-2 $p \rightarrow q$
-3 $p \rightarrow r$
$\vdash \mathbf{q \wedge r}$

6) -1 $p \wedge q$
-2 $q \rightarrow r$
$\vdash \mathbf{r \wedge q}$

7) -1 $(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$
$\vdash \mathbf{q \vee r}$

8) -1 $p \rightarrow (q \wedge \neg\neg r)$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow r}$

9) -1 $p \wedge t$
-2 $p \rightarrow q$
-3 $q \rightarrow r$
$\vdash \mathbf{q \wedge r}$

10) -1 $(p \vee q) \rightarrow r$
-2 p
$\vdash \mathbf{r}$

11) -1 $\neg q \rightarrow \neg r$
-2 $p \rightarrow \neg q$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow \neg r}$

12) -1 $p \vee q$
-2 $p \rightarrow r$
-3 $q \rightarrow s$
-4 $\neg s$
$\vdash \mathbf{r}$

13) -1 $p \vee q$
-2 $p \rightarrow r$
-3 $q \rightarrow r$
$\vdash \mathbf{r \vee s}$

14) -1 $p \vee (q \wedge r) \vee s$
-2 $p \rightarrow t$
-3 $(q \wedge r) \rightarrow t$
-4 $s \wedge t$
$\vdash \mathbf{t}$

15) –1 $p \rightarrow (q \wedge r)$
-2 $r \rightarrow t$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow (s \vee t)}$

16) -1 $p \rightarrow q$
- 2 $p \wedge r$
$\vdash \mathbf{p \wedge r \rightarrow q} \wedge r$

17) –1 $p \rightarrow (q \vee r)$
-2 $q \rightarrow r$
-3 $r \rightarrow s$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow s}$

18) –1 $p \rightarrow (s \rightarrow r)$
-2 $r \rightarrow t$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow (s \rightarrow t)}$

19) –1 $p \rightarrow r \wedge s$
-2 $s \rightarrow t$
-3 $t \rightarrow \neg (p \rightarrow t)$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow \neg (p \rightarrow t)}$

20) –1 $p \vee r \rightarrow q$
-2 $q \rightarrow s$
$\vdash \mathbf{\neg p \vee r \rightarrow s}$

21) –1 $p \leftrightarrow \neg q$
-2 $q \rightarrow r$
-3 $r \rightarrow s$
-4 $\neg s$
$\vdash \mathbf{p \vee t}$

22) –1 $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
-2 $\neg q \vee \neg s$
-3 r
-4 $\neg (p \wedge r) \rightarrow t$
$\vdash \mathbf{t}$

23) –1 $\neg\neg p$
-2 $p \rightarrow q$
-3 $q \rightarrow \neg\neg r$
$\vdash \mathbf{r}$

24) –1 $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$
-2 $\neg r$
$\vdash \mathbf{\neg p}$

25) –1 $p \rightarrow \neg (q \vee r)$
-2 q
$\vdash \mathbf{\neg p}$

26) –1 $p \wedge q$
-2 $r \vee s \rightarrow t$
$\vdash \mathbf{\neg t \rightarrow \neg s}$

27) –1 $p \rightarrow q$
-2 $\neg q \vee r$
-3 $\neg (s \vee r)$
$\vdash \mathbf{\neg p}$

28) –1 $p \vee s \rightarrow q$
- 2 $\neg p \rightarrow r \wedge s$
- 3 $q \rightarrow \mathbf{t}$
$\vdash \mathbf{q}$

29) –1 $p \rightarrow q \wedge r$
-2 $r \vee t \rightarrow s$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow s}$

30) –1 $p \rightarrow q \vee r$
-2 $\neg r$
-3 $q \rightarrow s \wedge t$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow t}$

31) –1 $q \vee r \rightarrow t$
-2 $\neg q$
-3 $r \rightarrow s \wedge w$
-4 $q \wedge r$
$\vdash \mathbf{t \wedge w}$

32) –1 $q \rightarrow s \vee t$
-2 $s \vee t \rightarrow p \wedge r$
$\vdash \mathbf{q \rightarrow r \vee w}$

33) –1 $r \vee s$
-2 $r \rightarrow p \wedge s$
-3 $s \vee t \rightarrow w$
$\vdash \mathbf{w}$

34) –1 $p \rightarrow r \wedge t$
-2 $t \rightarrow q \wedge r$
$\vdash \mathbf{p \rightarrow r \vee w}$

35) –1 $r \wedge s \rightarrow w$
–2 $\neg t \wedge s$
$\vdash \mathbf{r \wedge s \rightarrow w \wedge s}$

36) –1 $r \vee s$
-2 $s \vee t \rightarrow p$
-3 $r \rightarrow s$
$\vdash \mathbf{p}$

37) -1 $p \vee q$
-2 $p \vee t \rightarrow r$
-3 $p \wedge u$
-4 $q \vee w \rightarrow u$
$\vdash \mathbf{r \wedge s}$